

Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ, 9 класс

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, тона нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения

$$\frac{0,9 + 0,7}{3,2}.$$

Ответ: _____.

2 В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

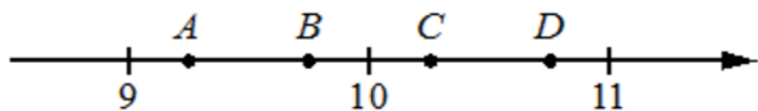
Планета	Марс	Меркурий	Нептун	Сатурн
Расстояние (в км)	$2,28 \cdot 10^8$	$5,79 \cdot 10^7$	$4,497 \cdot 10^9$	$1,427 \cdot 10^9$

- 1) Марс
- 2) Меркурий
- 3) Нептун
- 4) Сатурн

Ответ:



- 3 На координатной прямой отмечены точки A , B , C , D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{95}$. Какая это точка?



- 1) точка A
- 2) точка B
- 3) точка C
- 4) точка D

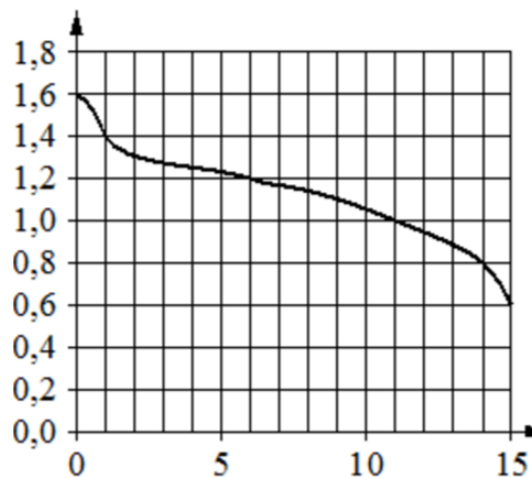
Ответ:

- 4 Значение какого из данных ниже выражений является рациональным числом?

- 1) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{19}$
- 2) $(\sqrt{25} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{25} + \sqrt{3})$
- 3) $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{12}}$
- 4) $\sqrt{12} - 3\sqrt{3}$

Ответ:

- 5 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси – напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадет напряжение с 1-го по 6-й час работы фонарика.



Ответ: _____.

- 6 Решите уравнение $2x^2 - 3x + 1 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

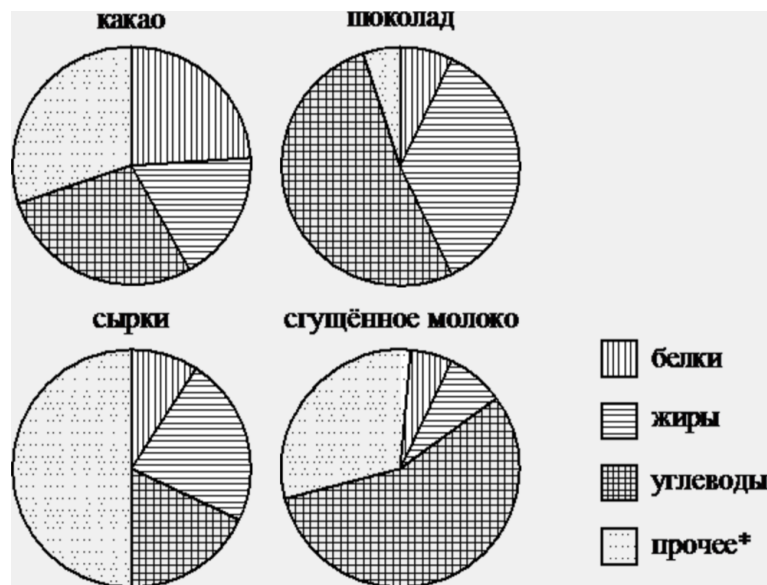
Ответ: _____.



- 7 Банк начисляет на счёт 10% годовых. Вкладчик положил на счёт 900 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

Ответ: _____.

- 8 На диаграммах показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, творожных сырках и сгущённом молоке. Определите по диаграммам, в каком продукте содержание белков превышает 20%.



*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества

- 1) какао
- 2) шоколад
- 3) сырки
- 4) сгущённое молоко

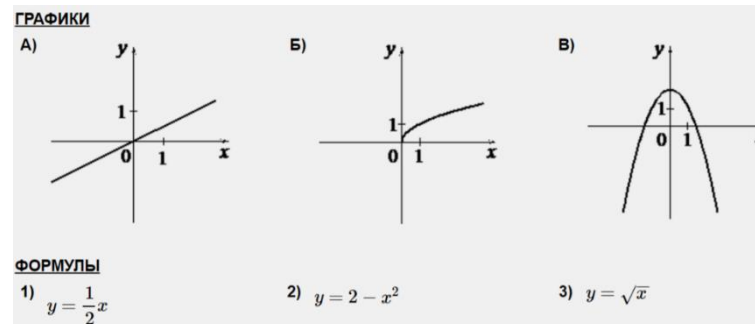
В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.

- 9 В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

Ответ: _____.

- 10 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 11 Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии:
...; -6; x; -2; 0; ...
Найдите x.

Ответ: _____.



- 12 Найдите значение выражения

$$10ab - (a + 5b)^2$$

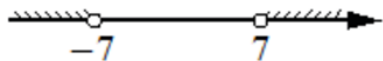
при $a = \sqrt{10}$, $b = \sqrt{14}$.

Ответ: _____.

- 13 Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $8,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $505,75 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 14 Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



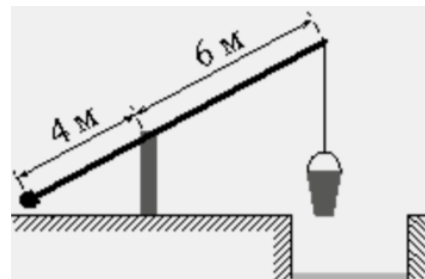
- 1) $x^2 - 49 > 0$
- 2) $x^2 - 49 < 0$
- 3) $x^2 + 49 < 0$
- 4) $x^2 + 49 > 0$

Ответ:

☐

Модуль «Геометрия»

- 15 На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 4 м, а длинное плечо – 6 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1 м?



Ответ: _____.

- 16 Один из углов равнобедренной трапеции равен 66° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

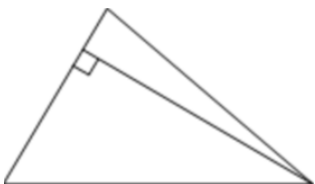
- 17 Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 5. Найдите высоту этого треугольника.



Ответ: _____.

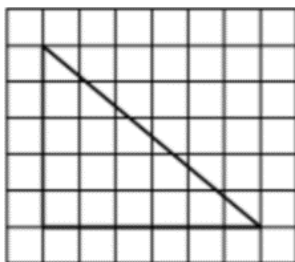


- 18 Сторона треугольника равна 14, а высота, проведённая к этой стороне, равна 31. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____.

- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



Ответ: _____.

- 20 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Боковые стороны любой трапеции равны.
- 2) Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.
- 3) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите систему уравнений
- $$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$$
- 22 Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 140 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?
- 23 Постройте график функции $y = x^2 + 11x - 4|x + 6| + 30$.
Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 10$.
- 25 Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне BC . Докажите, что K — середина BC .
- 26 Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 6$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 124° и 116° .

Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.



О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-88725006_38530429
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	7 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://vk.com/shkolapifagora https://youtube.com/ШколаПифагора

Система оценивания экзаменационной работы по математике

За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	0,5
2	3
3	2
4	2
5	0,2
6	0,5
7	990
8	1
9	0,65
10	132
11	-4
12	-360
13	7
14	1
15	1,5
16	114
17	15
18	217
19	6
20	2



Решения заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$$

Решение:

Решим систему методом алгебраического сложения:

$$3x^2 + 2x^2 + y - y = 4 + 1$$

$$5x^2 = 5$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1$$

$$y = 4 - 3x^2 = 4 - 3 \cdot 1^2 = 1 \quad \left| \begin{array}{l} x = -1 \\ y = 4 - 3x^2 = 4 - 3 \cdot (-1)^2 = 1 \end{array} \right.$$

Ответ: $(-1; 1); (1; 1)$

22 Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 140 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

Решение:

Схема задач на производительность

1

Заполняем табличку:

	A (производительность)	t (время)	V (скорость)
I	A_1	t_1	V_1
II	A_2	t_2	V_2

2

То, что требуется найти – берём за x

3

Рядом с x ставим y

4

Дозаполняем таблицу и решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} A_1 \cdot t_1 = V_1 \\ A_2 \cdot t_2 = V_2 \end{cases}$$

	A	t	V
--	-----	-----	-----

I	x	y	140
II	$x + 6$	$y - 3$	140

$$\begin{cases} xy = 140 \\ (x + 6)(y - 3) = 140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 140 \\ xy - 3x + 6y - 18 = 140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 140 \\ 140 - 3x + 6y - 18 = 140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 140 \\ 6y = 3x + 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 140 \\ y = 0,5x + 3 \end{cases}$$

$$x(0,5x + 3) = 140$$

$$0,5x^2 + 3x - 140 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$x^2 + 6x - 280 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 36 + 1120 = 1156 = 34^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 + 34}{2} = 14$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 - 34}{2} = -20 \text{ (не подходит)}$$

Ответ: 14

23 Постройте график функции

$$y = x^2 + 11x - 4|x + 6| + 30.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение:

Раскрываем модуль двумя случаями:



$x + 6 \geq 0$ $x \geq -6$ Тогда $y = x^2 + 11x - 4(x + 6) + 30$ $y = x^2 + 11x - 4x - 24 + 30$ $y = x^2 + 7x + 6$ $x_0 = \frac{-b}{2a} = -3,5$	$x + 6 < 0$ $x < -6$ Тогда $y = x^2 + 11x - 4(-x - 6) + 30$ $y = x^2 + 11x + 4x + 24 + 30$ $y = x^2 + 15x + 54$ $x_0 = \frac{-b}{2a} = -7,5$
---	--

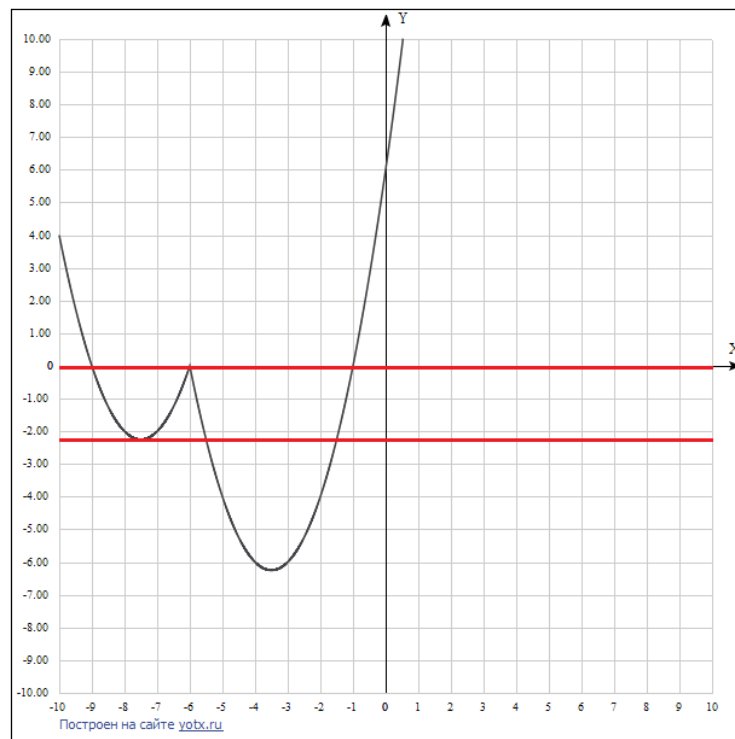
Получаем кусочно-заданную функцию:

$$y = \begin{cases} x^2 + 7x + 6 & \text{при } x \geq -6 \\ x^2 + 15x + 54 & \text{при } x < -6 \end{cases}$$

Заполним таблицу значений функции:

x	-8	-7,5	-7	-6	-5	-4	-3,5	-3
y	-2	-2,25	-2	0	-4	-6	-6,25	-6

Построим график и проведём прямые $y = t$, при которых будет три общие точки с графиком:



Ответ: $-2,25; 0$

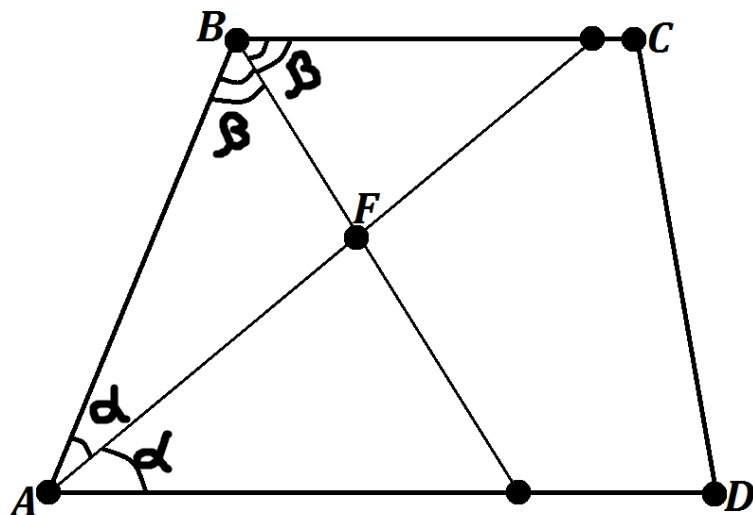
Модуль «Геометрия»

24

Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 10$.

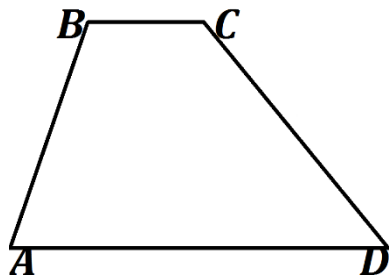
Решение:





Пусть $\angle BAF = \alpha = \angle DAF$
 $\angle ABF = \beta = \angle CBF$

Свойства трапеции



В трапеции сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна 180°

$$\begin{aligned} 2\alpha + 2\beta &= 180^\circ & (:2) \\ \alpha + \beta &= 90^\circ \end{aligned}$$

Сумма углов

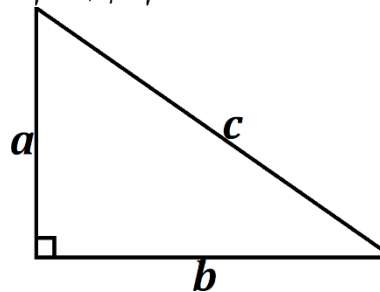
Сумма углов треугольника 180°
 Сумма углов четырёхугольника 360°
 Сумма углов пятиугольника 540°
 Сумма углов шестиугольника 720°

Сумма углов n -угольника $180 \cdot (n - 2)^\circ$

$$\angle BFA = 180 - (\alpha + \beta) = 180 - 90 = 90^\circ$$

$\Rightarrow \triangle ABF$ — прямоугольный

Теорема Пифагора



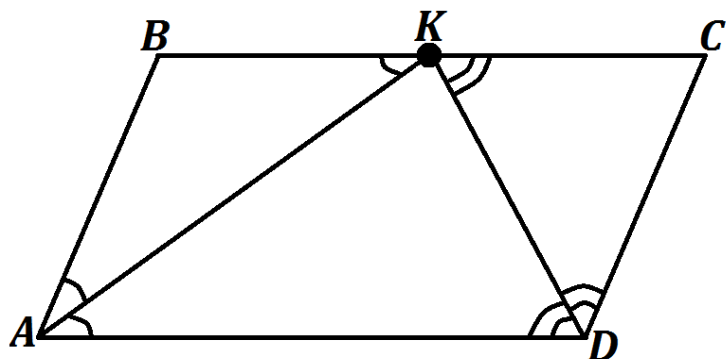
Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов
 $c^2 = a^2 + b^2$

$$\begin{aligned} AB^2 &= AF^2 + BF^2 \\ AB^2 &= 24^2 + 10^2 \\ AB^2 &= 576 + 100 = 676 \\ AB &= 26 \end{aligned}$$

Ответ: 26

- 25 Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне BC . Докажите, что K — середина BC .

Решение:



$\angle BAK = \angle DAK$ (т.к. AK – биссектриса)

$\angle AKB = \angle DKB$ – накрест лежащие при параллельных AD и BC и секущей AK

$\Rightarrow \triangle ABK$ – равнобедренный

$AB = BK$

2

$\angle ADK = \angle CDK$ (т.к. DK – биссектриса)

$\angle CKD = \angle ADK$ – накрест лежащие при параллельных AD и BC и секущей DK

$\Rightarrow \triangle CDK$ – равнобедренный

$CK = CD$

3

$AB = CD$

$\Rightarrow BK = CK$

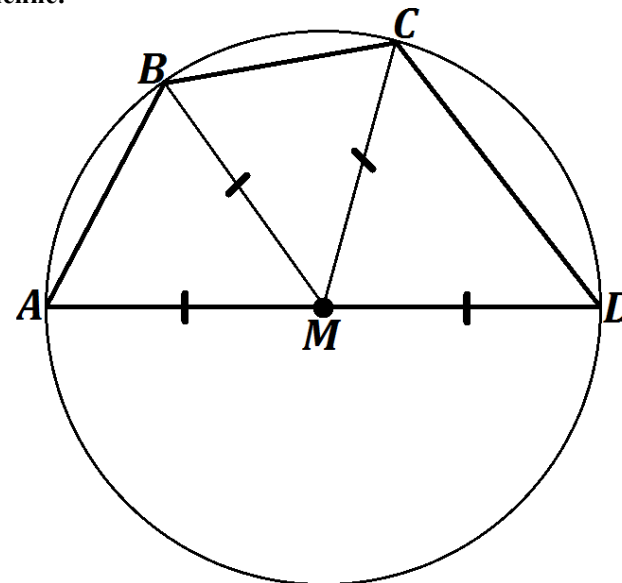
$\Rightarrow K$ – середина BC

■

26

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 6$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 124° и 116° .

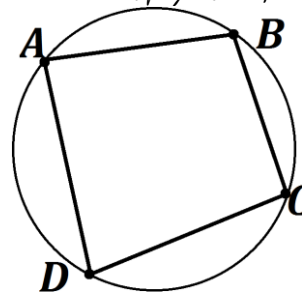
Решение:



Точка M равноудалена от всех вершин $ABCD$

$\Rightarrow$ четырёхугольник $ABCD$ можно вписать в окружность и тогда AM , BM , CM и DM – радиусы

Свойства четырёхугольника, вписанного в окружность



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$



$$\begin{aligned}\angle CDM &= 180 - \angle ABC \text{ (по свойству четырёхугольника,)} \\ \angle BAM &= 180 - \angle BCD \text{ (вписанного в окружность)}\end{aligned}$$

$$\angle CDM = 180 - 124 = 56^\circ$$

$$\angle BAM = 180 - 116 = 64^\circ$$

Рассмотрим $\triangle CDM$ – равнобедренный

$$\angle MCD = \angle CDM = 56^\circ$$

Рассмотрим $\triangle ABM$ – равнобедренный

$$\angle ABM = \angle BAM = 64^\circ$$

$$\angle MBC = \angle ABC - \angle ABM = 124 - 64 = 60^\circ$$

$$\angle MCB = \angle BCD - \angle MCD = 116 - 56 = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BMC = 180 - \angle MBC - \angle MCB = 180 - 60 - 60 = 60^\circ$$

$\Rightarrow \triangle BMC$ – равносторонний

$$\Rightarrow AD = 2BC = 2 \cdot 6 = 12$$

Ответ: 12

